

次の出来事に関する情報量を求めよ。

- (1) コインを3枚投げ、すべて表になった。

表を○、裏を●で表すと、起こりうるパターンは

○○○、○○●、○●○、●○○、●●○、●○●、○●●、●●●の8通りで、それぞれの確率はすべて等しいので  $1/8$  ということになる。情報量は

$$I(1/8) = -\log(1/8) = -\log(8^{-1}) = -(-1)\log 8 = \log 2^3 = 3 \log_2 2 = 3$$

- (2) コインを3枚投げ、2枚が表、1枚が裏になった。

そのようになるのは、○○●、○●○、●○○の3通りなので、確率は  $3/8$ 。

$$\begin{aligned} I(3/8) &= -\log(3/8) = -\log(3 \times 8^{-1}) = -(\log 3 + (-1)\log 8) = -(\log 3 - \log 2^3) = -\log 3 + 3 \\ &= -1.58 + 3 = 1.42 \end{aligned}$$

- (3) 六面体の(普通の)サイコロを振り、2以下の目が出た。

1~6の目が出る確率はいずれも  $1/6$ 。2以下、つまり1か2になるのはそのうち2パターンなので、確率は  $1/3$ 。

$$I(1/3) = -\log(1/3) = -\log(3^{-1}) = -(-1)\log 3 = \log 3 = 1.58$$

- (4) 八面体のサイコロを振り、1の目が出た。

確率は  $1/8$  なので、

$$I(1/8) = -\log(1/8) = 3 \text{ (計算過程は(1)と同じ)}$$

- (5) 八面体のサイコロを振り、6以下の目が出た。

確率は  $6/8 = 3/4$  なので、

$$\begin{aligned} I(3/4) &= -\log(3/4) = -\log(3 \times 4^{-1}) = -(\log 3 + (-1)\log 4) = -(\log 3 - \log 2^2) = -\log 3 + 2 \\ &= -1.58 + 2 = 0.42 \end{aligned}$$

※ 資料の5つのルールの応用として、割り算の形のものの対数は

$$\log_b \left( \frac{c}{d} \right) = \log_b c + \log_b \left( \frac{1}{d} \right) = \log_b c + \log_b d^{-1} \text{ のように変形してからルール3を使えば}$$

$$\log_b \left( \frac{c}{d} \right) = \log_b c - \log_b d$$

となる。これも覚えておくと計算が速い。