

練習問題 1

エース、数字のカード、絵札、ジョーカーはそれぞれ 4, 36, 12, 2 枚なので、54 枚のなかでそれらのグループに属するものを引く確率を求めればよい。約分できるものは約分する。

$$X = \begin{bmatrix} x_A & x_N & x_P & x_J \\ 2/27 & 2/3 & 2/9 & 1/27 \end{bmatrix}$$

練習問題 2

表、裏が出る確率がそれぞれ 1/3, 2/3 なので、

$$\begin{aligned} H(X) &= -\frac{1}{3}\log\frac{1}{3} - \frac{2}{3}\log\frac{2}{3} = -\frac{1}{3}\log 3^{-1} - \frac{2}{3}\log\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} = \frac{1}{3}\log 3 + \frac{2}{3}\log\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{3}\log 3 + \frac{2}{3}(\log 3 - \log 2) \\ &= \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right)\log 3 - \frac{2}{3}\log 2 = \log 3 - \frac{2}{3}\log 2 \cong 1.58 - 0.667 = 0.913 \cong \mathbf{0.91} \end{aligned}$$

練習問題 3

表、裏が出る確率がそれぞれ 1/4, 3/4 なので、

$$\begin{aligned} H(X) &= -\frac{1}{4}\log\frac{1}{4} - \frac{3}{4}\log\frac{3}{4} = -\frac{1}{4}\log 4^{-1} - \frac{3}{4}\log\left(\frac{4}{3}\right)^{-1} = \frac{1}{4}\log 4 + \frac{3}{4}\log\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{1}{4}\log 4 + \frac{3}{4}(\log 4 - \log 3) \\ &= \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right)\log 4 - \frac{3}{4}\log 3 = \log 4 - \frac{3}{4}\log 3 \cong 2 - 0.75 \times 1.58 = 2 - 1.185 = 0.815 \cong \mathbf{0.82} \end{aligned}$$

※ 四捨五入は最後に行う。途中で四捨五入してしまうと、結果が変わってしまう。

練習問題 4

表、裏が出る確率がそれぞれ 1/5, 4/5 なので、

$$\begin{aligned} H(X) &= -\frac{1}{5}\log\frac{1}{5} - \frac{4}{5}\log\frac{4}{5} = -\frac{1}{5}\log 5^{-1} - \frac{4}{5}\log\left(\frac{5}{4}\right)^{-1} = \frac{1}{5}\log 5 + \frac{4}{5}\log\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{1}{5}\log 5 + \frac{4}{5}(\log 5 - \log 4) \\ &= \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{5}\right)\log 5 - \frac{4}{5}\log 4 = \log 5 - \frac{4}{5}\log 4 \cong 2.32 - 0.8 \times 2 = 2.32 - 1.6 = \mathbf{0.72} \end{aligned}$$

練習問題 2~4 では、だんだん表裏の出る確率の偏りが大きくなる。それにつれてエントロピーの値は小さくなる（下図のグラフからもこの傾向はわかる）。

